LIBRIS

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Mona MARINESCU • Ioan PELTEACU • Elefterie PETRESCU

Matematică

manual pentru clasa a V-a



Aramis

AROBS Transilvania Software

LIBRIS We know books

CUPRINS

Competențe generale și competențe specifice . 5
Instrucțiuni de utilizare a manualului 8
Ce știu? Cum știu? Cât știu?
Test de evaluare inițială 9

UNITATEA I Numere naturale

1. Numere naturale 10
   1.1 Scrierea și citirea numerelor naturale .. 10
   1.2 Reprezentarea pe axă a numerelor naturale 13
   1.3 Compararea și ordonarea numerelor naturale 16
   1.4 Aproximări și estimări 18
2. Adunarea și scăderea 20
   2.1 Suma a două sau mai multe numere naturale 20
   2.2 Proprietăți ale adunării 20
   2.3 Diferența a două numere naturale 23
3. Înmulțirea 26
   3.1 Produsul a două numere naturale 26
   3.2 Proprietăți ale înmulțirii 26
   3.3 Factor comun 30
4. Împărțirea 33
   4.1 Împărțirea cu rest 0 a numerelor naturale 33
   4.2 Împărțirea cu rest a numerelor naturale 37
5. Recapitulare 41
   5.1 Numere naturale și operații cu numere naturale 41
   5.2 Exerciții și probleme cu numere naturale 42
   Ce știu? Cum știu? Cât știu? 44
6. Ridicarea la putere 45
   6.1 Puterea cu exponent natural a unui număr natural 45
   6.2 Pătratul unui număr natural 47
   6.3 Reguli de calcul cu puteri 50
   6.4 Compararea puterilor 52
   6.5 Scrierea numerelor naturale în baza 10 ... 55
   6.6 Scrierea numerelor naturale în baza 2 ... 56
7. Ordinea efectuării operațiilor și utilizarea parantezelor 58
   7.1 Ordinea efectuării operațiilor 58
   7.2 Folosirea parantezelor rotunde, pătrate și acolade 59
8. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor 62
   8.1 Metoda reducerii la unitate 62
   8.2 Metoda comparației 62
   8.3 Metoda figurativă 64
   8.4 Metoda mersului invers 65
   8.5 Metoda falsei ipoteze 66
9. Divizibilitatea numerelor naturale 69
   9.1 Divizor, multiplu 69
   9.2 Divizori comuni 71
   9.3 Multipli comuni 72
10. Criterii de divizibilitate 74
   10.1-10.3 Criteriile de divizibilitate cu: 2, 5 și 10^n 74
   10.4-10.5 Criteriile de divizibilitate cu 3 și 9 77
   10.6 Numere prime, numere compuse 79
11. Recapitulare 82
   11.1 Ridicarea la putere 82
   11.2 Metode aritmetice de rezolvare a problemelor 83
   11.3 Divizibilitatea numerelor 84
   Ce știu? Cum știu? Cât știu? 85

UNITATEA II Fracții. Numere raționale

12. Fracții ordinare 86
   12.1 Fracții echiunitare, subunitare, supraunitare. Scriere procentuală 86
   12.2 Fracții echivalente 89
13. Amplificarea și simplificarea fracțiilor 91
   13.1 Amplificarea fracțiilor 91
   13.2 Cel mai mare divizor comun 93
   13.3 Simplificarea fracțiilor 96
14. Aducerea fracțiilor la un numitor comun .. 99
   14.1 Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale 99
   14.2 Aducerea fracțiilor la cel mai mic numitor comun 102
15. Compararea fracțiilor 105
   15.1 Compararea fracțiilor cu același numitor/numărător 105
   15.2 Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare 107
16. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție 110
17. Adunarea și scăderea fracțiilor 112
   17.1 Suma și diferența fracțiilor cu același numitor 112
   17.2 Suma și diferența fracțiilor cu numitori diferiți 116
18. Înmulțirea și împărțirea fracțiilor 118
   18.1 Produsul fracțiilor 118
   18.2 Puterea cu exponent natural a unei fracții ordinare 122
   18.3 Împărțirea fracțiilor ordinare 125

LIBRIS | We know books

19. Aflarea unei fracții sau procent dintr-un număr sau fracție 127
19.1 Aflarea unei fracții dintr-un număr sau fracție 127
19.2 Procente 131
20. Recapitulare 133
Operații cu fracții 133
Ce știu? Cum știu? Cât știu? 134
21. Fracții zecimale 135
21.1 Scrierea și citirea fracțiilor zecimale ... 135
21.2 Scrierea în formă zecimală a fracțiilor ordinare care au numitorul o putere a lui 10 138
21.3 Transformarea unei fracții zecimale în fracție ordinară 139
22. Aproximări 140
22.1 Aproximarea prin lipsă sau adaos 140
22.2 Rotunjiri 142
22.3 Compararea și ordonarea fracțiilor zecimale 143
22.4 Reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale 144
23. Adunarea și scăderea numerelor zecimale 145
24. Înmulțirea fracțiilor zecimale 148
24.1 Produsul fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule 148
24.2 Puteri cu exponent număr natural ... 151
25. Împărțirea 153
25.1 Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală; transformări 153
25.2 Media aritmetică a două sau mai multor numere naturale 155
25.3 Împărțiri care au ca rezultate numere zecimale periodice 156
25.4 Împărțirea unui număr zecimal cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul 157
25.5 Împărțirea a două numere zecimale finite 159
Ce știu? Cum știu? Cât știu? 160
26. Exprimarea unui număr zecimal periodic printr-o fracție ordinară 161
27. Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor 162
28. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții 164
29. Probleme de organizare a datelor 167
30. Recapitulare 169
Operații cu numere zecimale 169
Ce știu? Cum știu? Cât știu? 170

UNITATEA III Elemente de geometrie și unități de măsură

31. Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment 171
32. Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă; puncte coliniare 176
33. Pozițiile relative a două drepte: drepte concurente și drepte paralele 179
34. Distanța dintre două puncte; lungimea unui segment 182
35. Segmente congruente (construcție); mijlocul unui segment; simetricul unui punct față de un alt punct 185
36. Unghi: definiție, notații, elemente, interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi 188
37. Măsura unui unghi, unghiuri congruente (măsurarea și construcția cu raportorul) 191
38. Clasificări de unghiuri: unghi drept, unghi ascuțit, unghi obtuz, unghi nul, unghi alungit 193
39. Calcule cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale 196
40. Figuri congruente; axa de simetrie 199
41. Unități de măsură pentru lungime, transformări; aplicație: perimetre 202
42. Unități de măsură pentru arie, transformări; aplicații: aria pătratului și dreptunghiului 205
43. Unități de măsură pentru volum, transformări; aplicații: volumul cubului și paralelipipedului dreptunghic 209
44. Recapitulare 213
Elemente de geometrie și unități de măsură 213
Ce știu? Cum știu? Cât știu? 216
45. Recapitulare finală 217
45.1 Numere naturale 217
45.2 Fracții ordinare. Fracții zecimale 218
45.3 Elemente de geometrie și unități de măsură 219
Ce știu? Cum știu? Cât știu?
Teste de evaluare finală 220
Anexă: Tabel cu numerele prime și pătrate perfecte până la 1000. Unități de măsură uzuale. Arii, perimetre și volume. Reguli de calcul cu puteri 223
Termeni matematici utilizați în manual 224

LIBRIS We know books

1. Numere naturale

1.1 Scrierea și citirea numerelor naturale

ÎMI AMINTESC!

Scriem	Citim
407	Patru sute șapte
5 690	Cinci mii șase sute nouăzeci
12 058	Douăsprezece mii cincizeci și opt
307 892	Trei sute șapte mii opt sute nouăzeci și doi
5 001 028	Cinci milioane o mie douăzeci și opt
30 670 103 002	Trei zeci de miliarde șase sute șaptezeci de milioane o sută trei mii doi

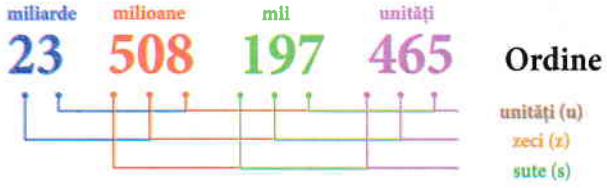
Pentru scrierea și citirea numerelor naturale în *sistemul de numerație zecimal pozițional* folosim cifrele arabe, *clasele de numerație* și *ordinele de numerație pentru fiecare clasă*.

Cifrele arabe

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Un număr natural se scrie de la stânga la dreapta: *poziția* unei cifre într-o clasă și într-un ordin indică *ordinul ei de mărime*: ultima cifră reprezintă cifra unităților, penultima reprezintă cifra zecilor, următoarea cifră este cifra sutelor, urmează apoi cifra unităților din clasa miilor etc.

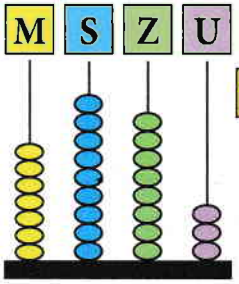
Clase



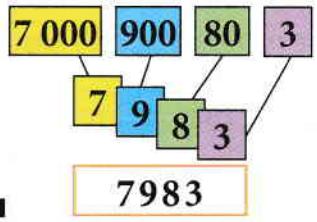
ÎNȚELEG



Cifra **7** a numărului **7 983** reprezintă ordinul unităților de mii...



...iar cifra **6** din scrierea numărului **30 670 103 002** indică ordinul sutelor de milioane.







Cifrele arabe sunt numere? Dar numerele sunt cifre?

Cifrele arabe au fost inventate de indieni și au fost aduse în Europa de arabi.

Cifrele arabe sunt asemănătoare literelor alfabetului. Cu ajutorul lor scriem *numere* așa cum cu ajutorul literelor scriem *cuvinte*. De exemplu, cu cifra 7 scriem numerele 7; 77, 777 etc.



LIBRIS We know books

ÎMI AMINTESC!

Scrierea numerelor naturale cu **cifre romane** (I, V, X, L, C, D, M) este un sistem de numerație nepozițional. Fiecare cifră reprezintă un număr natural ca în tabel și își păstrează valoarea indiferent de poziția pe care o ocupă.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Un număr natural oarecare se scrie prin alăturarea de cifre romane:

2556 = MMDLVI

1000 + 1000 + 500 + 50 + 5 + 1

Numerele 4, 9, 40, 90, 400, 900 se scriu astfel:

4	9	40	90	400	900
IV	IX	XL	XC	CD	CM

Primul simbol reprezintă un număr care se scade din al doilea și nu poate fi repetat decât de cel mult trei ori.

APLIC

Câte zeci, sute și mii are numărul 7 983?

7 983 = 7 000 + 900 + 80 + 3 = 700 · 10 + 90 · 10 + 8 · 10 + 3, așadar avem 700 + 90 + 8 = 798 zeci.

7 983 = 7 000 + 900 + 80 + 3 = 70 · 100 + 9 · 100 + 80 + 3, iar 70 + 9 = 79 sute.

7 983 = 7 000 + 900 + 80 + 3 = 7 · 1 000 + 900 + 80 + 3, deci 7 mii.

Așadar: 7 983 → **798**3 → 798 zeci, 7 983 → **79**83 → 79 sute, 7 983 → **7**983 → 7 mii

POT MAI MULT

Pentru a scrie un număr natural oarecare de 2, 3 sau 4 cifre folosim literele *a*, *b*, *c*, *d* care vor ține locul cifrelor necunoscute. Obținem numerele: $\overline{ab}$, $\overline{abc}$, $\overline{abcd}$ unde *b*, *c*, *d* pot lua 10 valori posibile, iar *a* numai 9, întrucât $a \neq 0$.

Exemple: 1) Numerele de forma $\overline{ab7}$ care au suma cifrelor 10 sunt numerele pentru care $a + b + 7 = 10$, așadar $a + b = 3$ și rezultă numerele: 307, 217, 127.

2) Câte numere de 6 cifre încep și se termină cu 7?

Numerele căutate sunt de forma $\overline{7abcd7}$. Vom afla câte numere sunt de forma $\overline{abcd}$. Cifrele necunoscute având fiecare câte 10 posibilități, avem 10 · 10 · 10 · 10 = 10 000 de numere.

Putem proceda și *altfel*: numerele $\overline{7abcd7}$ sunt 700 007, 700 017, 700 027, ..., 799 987, 799 997, adică 10 000 de numere.

EXERSEZ

1 Asociați scrierea cu litere cu scrierea cu cifre.

două milioane două mii doi | cinci sute șase | patru mii nouă | zece mii trei sute doi

506 | 10 302 | 202 002 | 2 002 002 | 4 009

LIBRIS | We know books

2 Potriviți cifrele numărului 309 571 cu ordinul și clasa:

sute	3
zeci	9
unități	0
mii	7
zeci de mii	5
sute de mii	1

3 Scrieți cu cifre arabe numerele naturale: cincizeci și trei, două sute cinci, trei mii nouă sute optzeci și doi, șaptezeci de mii cinci, patru milioane trei mii unu, șaizeci de miliarde cinci sute două milioane treizeci de mii o sută treisprezece.

4 În câte bancnote de 10 lei pot fi plătite următoarele sume de bani?

150 lei; 342 lei; 2 059 lei;
234 097 lei; 8 123 699 lei

Aceeași întrebare pentru bancnotele de 100 lei.

ACTIVITATE ÎN ECHIPĂ

5 Citiți, apoi scrieți cu litere într-un tabel prețurile obiectelor reprezentate în imagini:

Obiectul	*Prețul în cifre* [lei]	*Prețul în litere* [lei]
Casă	...	...
Automobil	...	...
...	...	...


49 280 097 lei


702 509 lei


10 008 982 008 lei


340 567 893 lei


50 456 lei


608 lei


3 078 lei

6 Scrieți descompunerea numerelor în sume: 57; 208; 1 978; 23 005; 298 003; 12 008 736 după exemplul:

35 702 = 30 000 + 5 000 + 700 + 2

7 Scrieți cu cifre arabe numerele: XI, XXVI, LXIII, MCII, MMXVII, CMLVI, DXCIX.

8 Scrieți cu cifre romane numerele: 12, 27, 79, 805, 2 018, 945, 3 000, 555.

SUNT CAMPION

9 a) Aflați numerele naturale $\overline{ab}$ care au suma cifrelor mai mică decât suma cifrelor numărului $\overline{ab}$ + 1.

b) O carte are 120 de pagini. Câte cifre s-au folosit pentru numerotarea paginilor?

c) Pentru numerotarea paginilor unei cărți s-au folosit 2 016 cifre. Câte pagini are cartea?

PORTOFOLIU

Faceți o scurtă istorie a cifrelor. Căutați într-o enciclopedie informații succinte însoțite de 2, 3 exemple, despre sistemele de numerație sumerian, babilonian, egiptean, ebraic, grec, roman, hindus și arab.

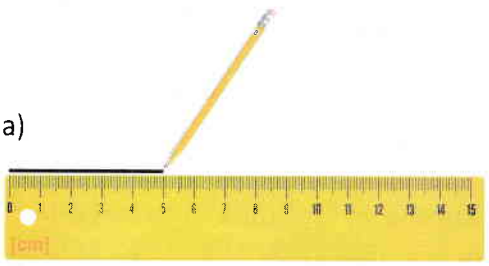
LIBRIS We know books

1.2 Reprezentarea pe axă a numerelor naturale

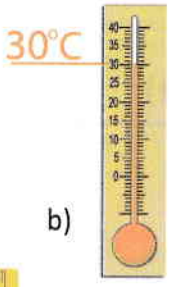
OBSERV

Ce vedem în imaginile alăturate?

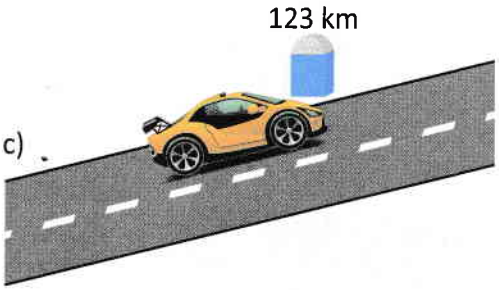
a)



b)



c)

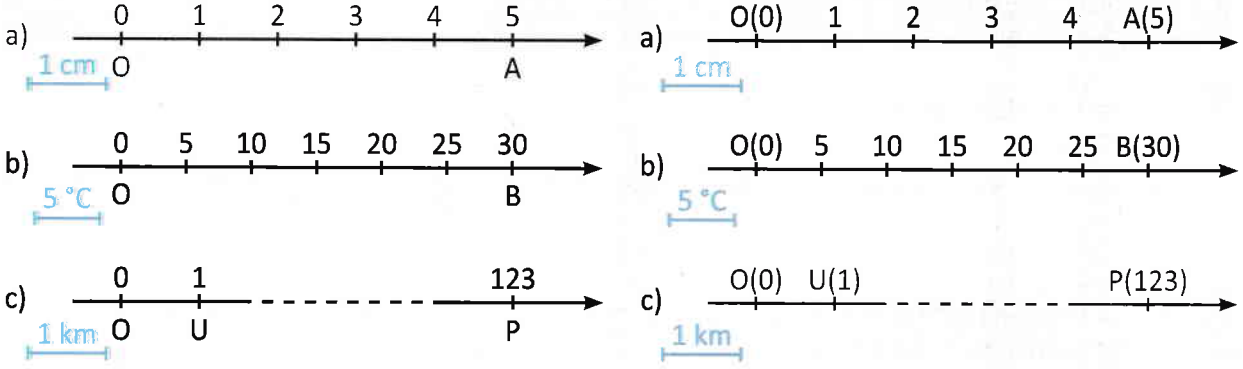


Ce au în comun imaginile?

De fiecare dată un număr este asociat cu un punct situat pe o linie dreaptă deplasându-ne într-un anumit sens și folosind o unitate de măsură: centimetrul (cm), gradul Celsius (°C) sau kilometrul (km).

ÎNȚELEG

Aceste situații pot fi reprezentate mai simplu, ca în figură:





Am desenat astfel *axa numerelor naturale* pentru fiecare imagine și observăm că numărul 5 este asociat cu punctul A, numărului 30 îi corespunde punctul B, iar lui 123 îi revine punctul P. Scriem (notăm) mai pe scurt A(5), B(30) respectiv P(123) și avem OA = 5 cm, OB = 30 °C iar OP = 123 km.

Numerele 5, 30 și 123 se numesc *coordonatele* punctelor A, B, respectiv P.



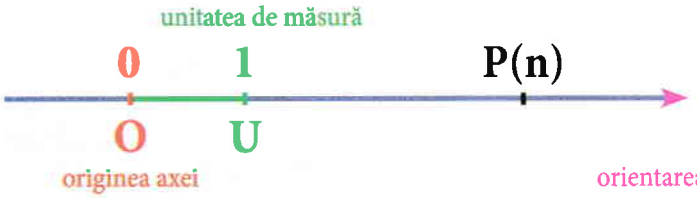
LIBRIS We know books

Reprezentăm o axă a numerelor naturale dacă desenăm:

1) o linie dreaptă pe care fixăm un punct numit *originea axei*;

2) un segment de dreaptă numit *unitatea de măsură a axei*;

3) o săgeată care indică un sens de parcurs crescător spre dreapta originii numit și *orientarea axei*.



Cu ajutorul axei asociem fiecărui număr natural *n* un punct P pe o linie dreaptă astfel încât OP = *n* unități. Notația P(*n*) se citește „punctul P de coordonată *n*".

APLIC

Mergând cu autocarul pe drumul național București – Timișoara, Alex observă numerele înscrise pe bornele kilometrice: 473, 308, 237. Știind că distanța București – Timișoara este de 546 km, dacă reprezentăm șoseaua ca o axă de numere cu originea la kilometrul 0 din București, puteți afla coordonatele bornelor kilometrice observate de Alex? Analizați două cazuri:

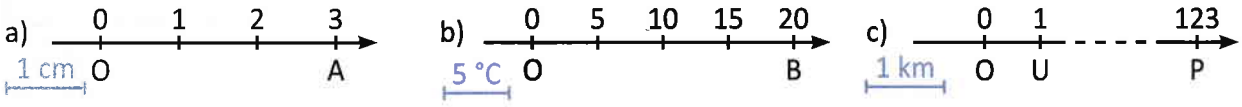
a) Alex merge de la București la Timișoara;

b) Alex merge de la Timișoara la București.

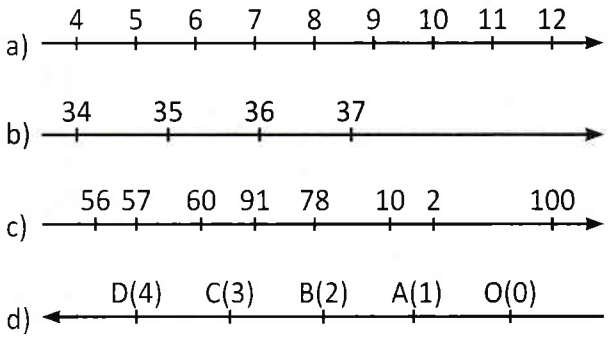


EXERSEZ

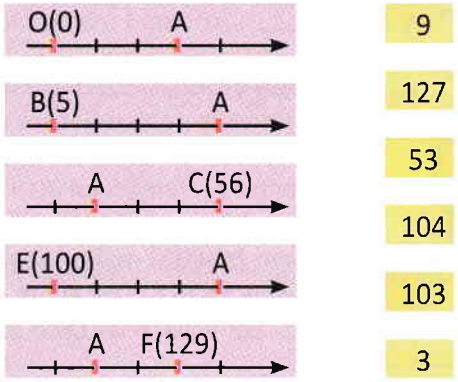
1 Care sunt etaloanele celor trei axe?



2 Bianca a reprezentat numere naturale pe axe. Care dintre reprezentări e corectă? Justificați!



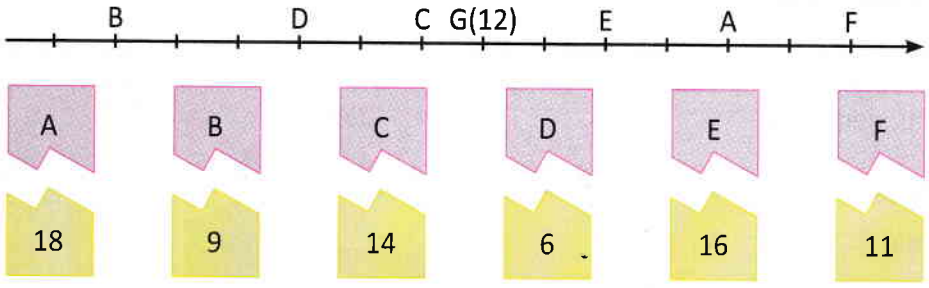
3 Asociați punctul A cu coordonata lui.



LIBRIS We know books

4 Reprezentați pe axa numerelor naturale punctele ale căror coordonate sunt: 3, 5, 23, 400, 12 000; alegeți convenabil etalonul axei pentru fiecare număr.

5 Potriviți coordonatele punctelor A, B, C, D, E și F.



6 Alex merge cu autocarul pe autostradă. În dreptul marcajului cu 23 km începe lectura unei cărți și după ce citește 10 pagini observă că autocarul tocmai a trecut de marcajul cu 115 km. Ce distanță a parcurs autocarul în timpul cât Alex a citit cele 10 pagini?

ACTIVITATE ÎN ECHIPĂ

7 Pe o riglă gradată în centimetri numărul 14 este marcat cu punctul A, iar numărul 35 cu B. Notăm A(14) și B(35). Calculați lungimea segmentului AB. Completați tabelul cu lungimile corespunzătoare dacă notăm cu a și b coordonatele lui A respectiv B, $a \leq b$. Propuneți o regulă (formulă) de calcul a distanței și verificați dacă e corectă.

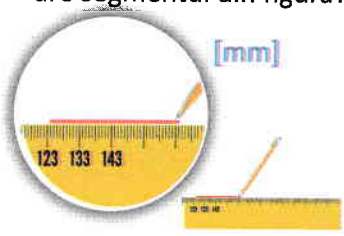
Punctul A (a cm)	14		8	0	5		43	69	5
Punctul B (b cm)	35	54			56	70	91	152	
Lungimea AB (cm)		12	0	19		48			68

8 Pe o axă a numerelor naturale cu etalonul $1u$ sunt reprezentate punctele A(3), B(7) și C. Aflați coordonata punctului C dacă ordinea punctelor este:

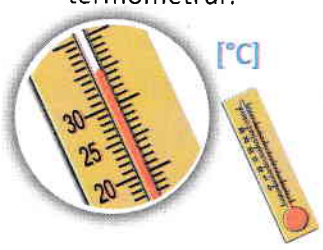
a) A, C, B și AC = $2u$;

b) C, B, A și BC = $3u$.

9 Puteți spune ce lungime are segmentul din figură?



Ce temperatură arată termometrul?



Care este masa corpului cântărit?



10 În figura de mai jos sunt reprezentate punctele A, B, C și D cu coordonatele lor. Care este cea mai mică dintre coordonate? Dar cea mai mare? Ordonați descrescător numerele a, b, c, d.



LIBRIS | We know books

1.3 Compararea și ordonarea numerelor naturale

ÎMI AMINTESC!

Dintre vârfurile Negoiu și Moldoveanu din Munții Făgăraș, mai înalt este vârful Moldoveanu, deoarece:

Vf. Moldoveanu	2	5	4	4
Vf. Negoiu	2	5	3	5
Comparăm	2 = 2	5 = 5	4 > 3	

Așadar: 2 544 > 2 535.





ÎNȚELEG



Pentru a compara două numere cu același număr de cifre comparăm cifră cu cifră de la stânga la dreapta până când două cifre de același ordin sunt diferite; este mai mare numărul cu cifra de același ordin mai mare.

Dacă două numere nu au același număr de cifre atunci este mai mare numărul care are mai multe cifre. De exemplu: 153 > 98.



Între două numere naturale sunt posibile relațiile:

Semnul	*Denumirea*	*Exemple*
=	egal	2 017 = 2 017
≠	diferit	2 017 ≠ 2 022
>	(strict) mai mare	2 021 > 2 019
<	(strict) mai mic	2 017 < 2 023
≥	mai mare sau egal	23 ≥ 21; 45 ≥ 45
≤	mai mic sau egal	39 ≤ 45; 67 ≤ 67
≈ sau ≅	aproximativ egal	48 ≈ 50; 114 ≅ 100

OBSERV

Numerele

$$567 < 568 < 569$$

sunt *numere consecutive* ordonate crescător.

567 este *predecesorul* lui 568, iar 569 este *succesorul* lui 568. Orice număr natural are un succesor, dar numai numerele diferite de zero (nenule) au un predecesor; zero nu are un predecesor.

LIBRIS We know books

APLIC

Din șirul de numere:
456, 457, 458, ..., 679
alegeți trei numere și completați tabelul.

	Numere consecutive	Numere pare consecutive	Numere impare consecutive
a)	?	?	?
b)	?	?	?
c)	?	?	?

POT MAI MULT

Alex a scris numerele naturale: a, $a + 1$ și $a + 2$, unde $a \geq 0$.

Bianca a scris: $n - 2$, $n - 1$, n, $n \geq 2$.

Cristi a scris: $x - 1$, x, $x + 1$, $x \geq 1$.

Ce fel de numere naturale au scris copiii? Care este succesorul numărului n? Dar predecesorul numărului $a + 2$?

EXERSEZ

1 Comparați numerele:
a) 45 și 54; b) 101 și 1 001; c) 608 și 806.

2 Ordonați crescător numerele:
70 407; 607; 7 008 002; 207 007; 500 107; 97 007.

3 Completați pentru a ordona numerele.

284 184 384 348

... < ... < ... < ...

8 947 8 794 7 924 7 942 8 749

... > ... > ... > ... > ...

4 Ordonați țările din tabel în ordine descrescătoare după numărul de locuitori, apoi după suprafață.

Țara	*Număr de locuitori*	*Suprafața* [km pătrat]
Rusia	145 433 700	17 101 081
S.U.A.	318 626 220	9 629 091
China	1 350 695 000	9 596 961
Japonia	127 799 000	377 944
Anglia	53 012 456	130 395

5 Găsiți cel mai mare număr natural de șapte cifre mai mic decât cel mai mare număr natural de șapte cifre diferite.

6 Pentru ce cifre a are loc inegalitatea $\overline{23a5} > \overline{235a}$?

Dar inegalitatea $\overline{23a5} < \overline{235a}$?

Este posibil să avem $\overline{23a5} = \overline{235a}$?

7 Fie numărul:

n = 17277377747777...9777777777.

Scrieți cel mai mic și cel mai mare număr care se poate forma cu cifrele numărului n.

ACTIVITATE ÎN ECHIPĂ

8 Aflați trei numere consecutive dacă suma lor este 6. Completați tabelul și formulați o regulă de calcul. Ce observați? Compuneți o problemă asemănătoare.

Suma numerelor	$n - 1$	n	$n + 1$
6	?	?	?
18			
2 019			
56			